



هر وقت در انتخاب‌های متوالی یکی از انتخاب‌ها مورد پرسش قرار نگیره یعنی از نتیجه‌ی یک آزمایش چیزی نگویند ما باید خودمون حالت‌های ممکن رو برای اون در نظر بگیریم یا این‌که فکر کنیم اصلاً اون آزمایش رخ نداده و احتمال موارد گفته شده رو حساب کنیم.

۱۴۵) در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شود با تصادف سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟ پاسخ:

$$(راه اول): P_1 = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6}$$

$$(راه دوم): P_2 = \frac{5}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{15}{56}$$

چون از رنگ موش دوم حرفی نزنه یا حالت‌های ممکن برای اون رو حساب می‌کنیم مثل راه اول و یا مثل راه دوم انگار اتفاقی نیفتاده. احتمال‌های اول و سوم را حساب می‌کنیم و در هم ضرب می‌کنیم.

۱۴۶) در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۹ مهره سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره دومین مهره خارج شده سفید است؟ پاسخ:

$$(راه اول): P(A) = \frac{6}{15} \times \frac{5}{14} + \frac{9}{15} \times \frac{6}{14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{2}{5}$$

$$(راه دوم): P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

بدون در نظر گرفتن مهره اول فقط احتمال سفید بودن مهره دوم را حساب می‌کنیم. میبینی که جواب یکیه.

۱۴۷) دو مهره متوالیاً و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم احتمال آن که یکی سفید و دیگری قرمز باشد چقدر است؟

اولی سفید دومی قرمز

$$P(D) = \frac{3}{14} \times \frac{5}{13} + \frac{5}{14} \times \frac{3}{13}$$

اولی قرمز دومی سفید

پاسخ: چون گفته متوالی و بدون جایگذاری از روش ضرب تناسب‌ها میریم.

۱۴۸) در کیسه‌ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره قرمز وجود دارد اگر در سه اقدام به برداشتن مهره از کیسه کنیم به طوریکه در مرحله اول ۲ مهره در مرحله دوم ۳ مهره و در مرحله سوم ۵ مهره برداریم با کدام احتمال همه مهره‌های قرمز در مرحله سوم از کیسه خارج می‌شوند؟ پاسخ:

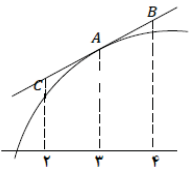
در مرحله دوم هر سه سفید بیار

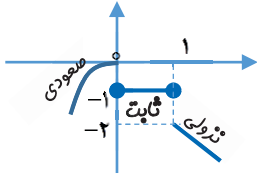
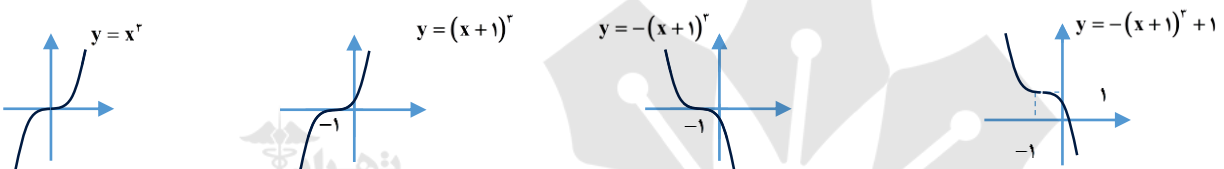
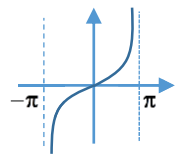
$$P = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}} \times \frac{\binom{4}{1} \binom{1}{1}}{\binom{5}{5}} = \frac{15}{45} \times \frac{4}{56} \times 1 = \frac{1}{42}$$

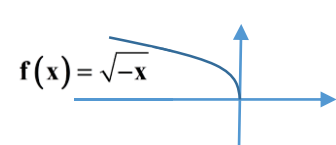
در مرحله اول هر دو سفید بیار

در مرحله سوم چهار تا قرمز و یک مهره سفید بیار

ردیف	سوال	نمره
سوالات امتحان درس: ریاضی ۳ سال دوازدهم رشته: تجربی تعداد صفحه: ۲ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه نام و نام خانوادگی: دوره دوم متوسطه تاریخ امتحان: ساعت شروع: دانش آموزان سراسر کشور آزمون اول: مطابق با امتحانات ترم اول		
۱	نمودار تابع زیر را رسم، سپس بازه‌هایی را که در آن تابع صعودی اکید، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} -x^2 & x < 0 \\ -1 & 0 \leq x \leq 1 \\ -3x+1 & x > 1 \end{cases}$	۱/۲۵
۲	توابع $f(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{1-x}}$ ، $g(x) = 2x$ مفروض‌اند. دامنه و ضابطه ی تابع $f \circ g(x)$ را محاسبه کنید.	۱
۳	تابع $f(x) = -(x+1)^2 + 1$ را در نظر بگیرید و موارد زیر را کاملاً توضیح داده و انجام دهید. الف) نمودار $f(x)$ را به کمک $y = x^2$ رسم کنید. مراحل را توضیح دهید. ب) نشان دهید $f(x)$ وارون پذیر است و ضابطه ی $f^{-1}(x)$ را به دست آورید.	۲/۵
۴	اگر $f = \{(1,2), (3,4), (0,1)\}$ ، $g = \{(1,5), (0,0), (-2,1), (3,3)\}$ آنگاه: الف) تابع $f \circ g$ را تعیین کنید. ب) دامنه $g \circ f$ را به دست آورید.	۱
۵	دامنه تابع $y = \tan \frac{x}{2}$ را تعیین کنید و نمودار آن را در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۶	با دقت در نمودار داده شده تابع مربوط با ضابطه $f(x) = a \sin bx + c$ یا $f(x) = a \cos bx + c$ می باشد. با تشخیص مقادیر ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب ضابطه ی آن را تعیین کنید.	۱/۵
۷	جواب های عمومی معادله مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را تعیین کنید.	۱/۵
۸	$\cos 15^\circ$ را تعیین کنید.	۱
۹	با استفاده از شکل حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$	۱
۱۰	حدود زیر را تعیین کنید. ۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$ ۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x$ ۳) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$ ۴) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 1}$	۲
۱۱	درستی و نادرستی موارد زیر را تعیین کنید. الف) تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ همواره تابعی صعودی است. ب) تابع $y = \log_{5/4}^x$ همواره تابعی نزولی است. پ) در تابع $f(kx)$ اگر $0 < k < 1$ باشد می‌گوییم نمودار تابع $f(x)$ انبساط افقی یافته است.	۰/۷۵

۱/۵	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = -x^2 + 10x$ را در نقطه A $f'(2)$ واقع بر نمودار آن را بنویسید.	۱۲
۱/۵	برای تابع $f(x)$ در شکل زیر داریم: $f'(3) = \frac{5}{3}$ و $f(3) = 15$. با توجه به شکل مختصات A و B و C را بیابید. 	۱۳
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) تابع $f(x) = \log_{5/8} 2^x$ صعودی ب) مجموعه $\{3\} - (\frac{5}{4}, 4)$ یک نقطه $x=3$ می باشد. ج) برای رسم تابع $f(kx)$ کافی است طول نقاط نمودار تابع $f(x)$ را در ضرب کنیم. د) در بازه $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ نامساوی $\tan \alpha > \sin \alpha$ است.	۱۴
۱	۱) اگر $\cos x = \frac{5}{13}$ باشد، $\cos 2x$ کدام است؟ (۱) $\frac{119}{169}$ (۲) $\frac{-119}{169}$ (۳) $\frac{119}{144}$ (۴) $\frac{-119}{144}$ ۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} - 6}$ کدام است؟ (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) $\frac{-1}{2}$ (۴) -2 ۳) کدام تابع زیر اکیداً نزولی است؟ (۱) $f(x) = x $ (۲) $f(x) = x x $ (۳) $f(x) = x + x $ (۴) $f(x) = \sqrt{-x}$ ۴) در تابع $f(x) = x^2 - 2[x]$ حاصل $f\left(\frac{-1}{2} f(\sqrt{3})\right)$ کدام است؟ (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{-7}{4}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$	۱۵
۲۰	جمع بارم	موفق باشید

ردیف	پاسخ نامه تشریحی آزمون اول	نمره												
۱	<p>در بازه $(-\infty, 0)$ صعودیه . در بازه $[0, 1]$ ثابت و در بازه $(1, +\infty)$ نزولیه .</p> 													
۲	$D_f = \left\{ x \mid \frac{3x-2}{1-x} \geq 0 \right\} = \left[\frac{2}{3}, 1 \right) , \quad D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2}{3} \leq 2x < 1 \right\} = \left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$\frac{3x-2}{1-x}$</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>-</td> </tr> </table>	x	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3x-2}{1-x}$	-	0			+			-	
x	$\frac{2}{3}$	1												
$\frac{3x-2}{1-x}$	-	0												
		+												
		-												
۳	 <p>انتقال ۱ واحدی نمودار $y=x^3$ به سمت راست قرینه نسبت به محور x ها انتقال ۱ واحدی نمودار در امتداد محور y ها</p> $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow -(x_1+1)^3 + 1 = -(x_2+1)^3 + 1 \rightarrow (x_1+1)^3 = (x_2+1)^3 \Rightarrow x_1+1 = x_2+1$ $x_1 = x_2$ $y = -(x+1)^3 + 1 \rightarrow (x+1)^3 = (1-y) \rightarrow x+1 = \sqrt[3]{1-y} \rightarrow x = \sqrt[3]{1-y} - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{1-x} - 1$													
۴	<p>الف) $\begin{cases} 1 \xrightarrow{g} \Delta \xrightarrow{f} x \\ 0 \xrightarrow{g} \circ \xrightarrow{f} 1 \\ -2 \xrightarrow{g} 1 \xrightarrow{f} 2 \\ 3 \xrightarrow{g} 3 \xrightarrow{f} 4 \end{cases} \Rightarrow f \circ g = \{(0, 1), (-2, 2), (3, 4)\}$</p> <p>ب) $\begin{cases} 1 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} x \\ 3 \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{g} x \\ 0 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} \Delta \end{cases} \Rightarrow D_{g \circ f} = \{0\}$</p>													
۵	$y = \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = 0 = \cos k\pi \pm \frac{\pi}{2}, \quad x = 4k\pi \pm \pi$ $D_f = \mathbb{R} - (4k\pi \pm \pi)$ <p>تابع $\tan \frac{x}{2}$ یک تابع کسریه باید ریشه های مخرج اونو حساب کنیم</p> 													
۶	<p>با توجه به شکل ، نمودار تابع به فرم کسینوس است .</p> $f(x) = a \cos bx + c \Rightarrow \max = \Delta, \quad \min = 1, \quad T = 4\pi = \frac{2\pi}{ b }$ $ a = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} = \frac{\Delta - 1}{2} = 2, \quad c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = 3, \quad b = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2, \quad b = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \cos \left(\pm \frac{x}{2} \right) + 3$													
۷	$\cos 2x = \sin x \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x = -2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, \quad x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$													

	$\begin{cases} \cos 1\Delta = \cos x \\ \cos 2\Delta = \cos 2x \end{cases} \Rightarrow 1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x \Rightarrow 2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ $\cos x = \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} \Rightarrow \cos 1\Delta = \sqrt{\frac{1 + (\frac{\sqrt{3}}{2})}{2}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}}$	۸
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4 + 2 = 6$	۹
	$1) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan 2x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \tan 2x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases}$ $3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} \times \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x + \sqrt{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x(x-1)(x + \sqrt{2x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x(x-1)(x + \sqrt{2x-1})} = 0$ $4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 2x + 2}{x^2 + 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$	۱۰
	<p style="text-align: center;">الف (نادرست) ب (درست) ج (درست)</p>	۱۱
	$A \left \begin{matrix} 2 \\ f(2) = 16 \end{matrix} \right. \Rightarrow f'(x) = -2x + 10 \rightarrow f'(2) = 6 \Rightarrow y - 16 = 6(x - 2)$	۱۲
	$M(L_{CAB}) = f'(2) = \frac{\Delta}{3} \Rightarrow y - 15 = \frac{\Delta}{3}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{\Delta}{3}x + 10$ $y_C = \frac{\Delta}{3}(2) + 10 = \frac{40}{3}, \quad y_B = \frac{\Delta}{3}(4) + 10 = \frac{50}{3}$ <p style="text-align: center;">A $\left \begin{matrix} 3 \\ 15 \end{matrix} \right.$ B $\left \begin{matrix} 4 \\ \frac{50}{3} \end{matrix} \right.$ C $\left \begin{matrix} 2 \\ \frac{40}{3} \end{matrix} \right.$</p>	۱۳
	<p style="text-align: center;">الف (نیست) ب (همسایگی محذوف) ج ($\frac{1}{k}$) د (نادرست)</p>	۱۴
	<p style="text-align: center;">(۱) گزینه ۲ (۲) گزینه ۳ (۳) گزینه ۴ (۴) گزینه ۱</p> $1) \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \left(\frac{5}{13} \right)^2 - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{-119}{169}$ $2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} - 6} = \frac{3 - \frac{1}{\infty}}{\frac{1}{\infty} - 6} = \frac{3 - 0}{0 - 6} = \frac{-1}{2}$ $3) f(x) = \sqrt{-x}$  $4) f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$ $f\left(\frac{-1}{2} f(\sqrt{3})\right) = f\left(\frac{-1}{2}(1)\right) = \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 2\left[\frac{-1}{2}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}$	۱۵
	<p style="text-align: center;">جمع بارم موفق باشید</p>	۲۰